

# ความรู้สึกเชิงจำนวน

## (NUMBER SENSE)

เอมอร สิทธิรักษ์ \*

ความรู้สึกเชิงจำนวน ที่ปรากฏในมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งเป็นคำใหม่ที่ครูส่วนมากยังไม่คุ้นเคยหรือนำมากล่าวถึงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยมาก่อน สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement หรือ IEA) ได้จัดโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติ ครั้งที่ 3 ซึ่งมีชื่อเรียกว่า The Third International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS ประเทศไทยเป็นประเทศหนึ่งที่เข้าร่วมในโครงการครั้งนี้ โดยมีสถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นศูนย์ประสานงานและดำเนินการวิจัยภายในประเทศไทย ระยะเวลาในการดำเนินงานตั้งแต่ปี พ.ศ. 2535 - 2540 โดยทำการเก็บข้อมูลในปี พ.ศ. 2538 ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ประถมศึกษาปีที่ 4 มัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการประเมินพบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ของไทยเป็น 444 และ 490 คะแนนตามลำดับ จากคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติเป็น 470 และ 529 คะแนนตามลำดับ ส่วนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของไทยเป็น 495 และ 522 คะแนนตามลำดับ จากคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติเป็น 485 และ 514 คะแนนตามลำดับ เมื่อพิจารณาหัวข้อเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ของไทยทำได้น้อย คือ เรื่องรูปแบบ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เศษส่วนและ สัดส่วนการวัด การประมาณค่า และความรู้สึกเชิงจำนวน ส่วนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนระหว่างเรขาคณิต พีชคณิต สถิติและความน่าจะเป็น ความรู้สึกเชิงจำนวนและเศษส่วน ปรากฏว่านักเรียนของไทยทำคะแนนในส่วนของความรู้สึกเชิงจำนวนและเศษส่วน ได้น้อยกว่าเนื้อหาที่กล่าวมา (สุวพร เข้มเฮง. 2539 : 24 - 31) ต่อมาในปี พ.ศ. 2542 TIMSS-R ได้รายงานผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งมีการดำเนินการประเมินซ้ำอีกครั้ง ประเทศไทยได้เข้าร่วมเฉพาะระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏว่าวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนของไทยทำคะแนนโดยเฉลี่ยได้ 467 คะแนนจากคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติเป็น 486 คะแนน และในส่วนของความรู้สึกเชิงจำนวนและเศษส่วนทำคะแนนได้ 471 คะแนน (TIMSS. 2000 : 32 , 96) ซึ่งเมื่อพิจารณาจะเห็นว่าผลการประเมินครั้งหลังยังไม่ดีขึ้น และน้อยลงกว่าเดิมโดยเฉพาะในส่วนของเศษส่วนและความรู้สึกเชิงจำนวนได้น้อยกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติ

ในช่วง 10 ปีที่ผ่านมาหลายประเทศได้ให้ความสำคัญในเรื่องความรู้สึกเชิงจำนวน โดยเฉพาะในสหรัฐอเมริกา สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้ออกหนังสือ มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematics) เผยแพร่ โดยมี จุดประสงค์เพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาล จนถึง เกรด 12 (ม. 6) และในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 4 (ป. 4) มีมาตรฐานเรื่อง "ความรู้สึกเชิงจำนวนและการคณนนับ" (Number Sense and Numeration) โดยกล่าวว่าควรเน้นแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ ซึ่งในมาตรฐานนี้ได้กล่าวถึงการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนโดยระบุว่า เด็กที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดีจะต้องมีความเข้าใจอย่างดีในความหมายของจำนวน รับรู้ความสัมพันธ์อย่างหลากหลายของ

\* อาจารย์คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสาขาคณิตศาสตร์ สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช

จำนวน ครอบคลุมถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน รู้ถึงผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน มีพัฒนาการใช้เกณฑ์อ้างอิงในการวัดสิ่งต่างๆในชีวิตประจำวันได้ (NCTM. 1989 : 38) หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 2000 สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้ออกหนังสือ หลักการและมาตรฐานคณิตศาสตร์ ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics หรือ Standard 2000) ซึ่งก็ยังคงให้ความสำคัญกับการพัฒนาความรู้เชิงจำนวนของนักเรียนโดยกล่าวไว้ในมาตรฐาน เรื่องจำนวนและการดำเนินการของจำนวน (NCTM. 2000 : 32)

ความรู้เชิงจำนวนยังได้รับการสนับสนุนจากสภาวิจัยแห่งชาติ (National Research Council หรือ NRC) ของประเทศสหรัฐอเมริกา โดยกล่าวว่าจุดประสงค์หลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาควรที่จะพัฒนาความรู้เชิงจำนวน (NCTM. 1989 : 46) ซึ่ง สอดคล้องกับ แมคอินทอช รีส์และรีส์ (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 3) กล่าวว่าโรงเรียนควรจะให้มีความสำคัญในการพัฒนาความรู้เชิงจำนวนของนักเรียน

ในช่วงเวลาที่ผ่านมาได้มีผู้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความรู้เชิงจำนวนของนักเรียนหลายด้าน สกอตต์ (Scott. 1987 : 1409 – 1410 A) ได้ศึกษาผลกระทบของโปรแกรมความรู้เชิงจำนวนกับนักเรียนเกรด 8 (ม. 2) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกจะมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ด้านการนำคณิตศาสตร์ไปใช้สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก และมีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างความสามารถด้านความรู้เชิงจำนวนกับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้และการคิดคำนวณ

มาร์โควิตส์ และ ซาวเดอร์ (Markovits & Sowder. 1994 : 4 - 29) ได้ศึกษาผลทางการใช้โปรแกรมการสอนเพื่อพัฒนาความรู้เชิงจำนวน เน้นที่ ขนาดของจำนวน การคิดคำนวณในใจ และการประมาณค่า กับนักเรียนเกรด 7 (ม. 1) โดยให้ครูที่มีประสบการณ์เป็นผู้สอน และได้ศึกษาเพื่อดูความคงทนในเวลา 6 เดือนหลังการทดลองในการใช้ความรู้เชิงจำนวน ปรากฏว่านักเรียนยังคงใช้ยุทธวิธีที่แสดงถึงการพัฒนาความรู้เชิงจำนวน

การพัฒนาความรู้เชิงจำนวนมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ เช่น จากการศึกษาของ มาร์โควิตส์และคณะ (Markovits and others. 1989 : 53) ในการสอนนักเรียนเกรด 5 (ป. 5) และเกรด 6 (ป. 6) เรื่อง เศษส่วนและทศนิยม พบว่าเมื่อให้นักเรียนใส่จุดทศนิยมในคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} 3.5 \times \\ 4.5 \\ \hline 1575 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5.5 \times \\ 3.2 \\ \hline 176 \end{array}$$

นักเรียนที่มีความรู้เชิงจำนวนก็สามารถใส่จุดทศนิยมได้อย่างถูกต้องง่ายดาย ถึงแม้พวกเขาจะไม่ทราบขั้นตอนวิธีทำ แต่ผู้วิจัยพบว่า มีนักเรียนที่ใส่จุดที่คำตอบเป็น 1.76 โดยพวกเขาไม่ได้พิจารณาว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ จำเพาะกฎเกณฑ์ที่เคยท่องจำมา และไม่คิดว่ากฎเกณฑ์จะไม่จริง ซึ่งมีความ สอดคล้องกับการศึกษาของ ไฮเบิร์ต และ เวิร์น (Sowder. 1988 : 188 citing Hiebert and Wearne. 1986) พบว่าจากตัวเลือก 0.09, 0.385, 0.3, 0.1814 ครั้งหนึ่งของนักเรียนเกรด 6 (ป. 6) และเกรด 7 (ม. 1) บอกว่า 0.1814 มีค่ามากที่สุดเพราะว่านักเรียนนำแนวคิดของการเปรียบเทียบจำนวนเต็มบวกที่ว่าถ้ามีจำนวนหลักมากกว่าก็จะทำให้จำนวนมีค่ามากกว่ามาใช้พิจารณา

ความรู้เชิงจำนวนเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับเด็กควรได้รับการพัฒนามาตั้งแต่ชั้นก่อนอนุบาล และจากการศึกษาและการวิจัยที่ผ่านมา นักเรียนที่ได้รับการฝึกด้วยโปรแกรมพัฒนาความรู้เชิงจำนวนหรือกิจกรรม การเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้เชิงจำนวนจะมีความรู้เชิงจำนวนสูงขึ้น (อุษา คงทอง. 2539 : 246 ; นพพร แหยมแสง. 2544 ; Markovits & Sowder. 1994 : 2-29) มีผลสัมฤทธิ์การเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น (อุษา คงทอง. 2539 : 249)

### ความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวน

ความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก - นักเรียนควรได้รับการพัฒนามาตั้งแต่ระดับอนุบาลเพราะว่า ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีลักษณะที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนและการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ ดังเช่น แคสต์เนอร์ (Kastner. 1989 : 40) กล่าวว่า ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีความสามารถ และความมั่นใจในการตัดสินใจเกี่ยวกับผลลัพธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
2. ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนมีการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับประสบการณ์ในชีวิตได้มากขึ้น และนำไปสู่การตัดสินใจที่ง่ายขึ้น
3. ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสามารถในเชิงนามธรรมทางคณิตศาสตร์มากขึ้นอย่างต่อเนื่อง จากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม

ฮาวเดน (Howden. 1989 : 6-7) ได้กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนสร้างขึ้นภายในความคิดของนักเรียนอย่างเป็นธรรมชาติทำให้เกิดความมั่นใจในคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เข้าใจได้ มีเหตุมีผล ไม่ใช่การจำกฎเกณฑ์ต่างๆ ไปใช้เท่านั้น เช่น นักเรียนที่สามารถตัดสินใจได้ว่า คำตอบที่ได้จากการคำนวณของตนเองนั้นมีความสมเหตุสมผล และตระหนักได้ว่ามีวิธีการหาคำตอบนั้นมีมากกว่าหนึ่งวิธี จะเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีผลการศึกษาที่พบว่าความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจศึกษาคณิตศาสตร์ต่อในอนาคตของนักเรียน (Armstrong & Price. 1982 : 99 - 109 ; Pedersen , Bleyer & Elmore. 1985 : 45 - 49 )

รีสและคณะ (Reys and others. 1991 : 3 - 5) กล่าวสนับสนุนว่า ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะสามารถนำจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมตามสถานการณ์ สามารถนำไปใช้ในการคิดคำนวณในใจ การแก้โจทย์ปัญหา การคิดขั้นสูง การประมาณ และสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลได้

โรเนา (Ronau. 1988 : 437) เน้นความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวนว่า เป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า การหาค่าใกล้เคียง และการแก้โจทย์ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นเรื่องหนึ่งที่ยากสำหรับนักเรียน แม้จะนำวิธีการต่างๆ มาใช้แล้วก็ตาม ความรู้สึกเชิงจำนวนนับว่ามีความสำคัญต่อการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเพราะความรู้สึกเชิงจำนวนจะช่วยให้เด็กบอกได้ว่าคำตอบของปัญหานั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา ลดความกลัวในการแก้โจทย์ปัญหา โดยเฉพาะการคิดโดยการประมาณค่าและการคิดคำนวณในใจเป็นตัวส่งเสริมให้นักเรียนมีความสำเร็จในกระบวนการแก้ปัญหา ความรู้และความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดของจำนวนกับแนวคิดของการดำเนินการของจำนวนจะช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาและสามารถทำให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นในสถานการณ์ที่พบ (Dougherty & Crites. 1989 : 22 - 23) นอกจากนี้ในสถานการณ์นอกห้องเรียนยังสามารถนำความรู้สึกเชิงจำนวนมาใช้ในเรื่องของการวัด เช่น ความยาว ความสูง พื้นที่ ปริมาตรและความเร็ว เป็นต้น ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะสามารถประมาณในแง่การวัด สิ่งเหล่านี้ได้ในสถานการณ์ต่างๆอย่างสมเหตุสมผล (Hope. 1989 : 14 15)

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านเชื่อว่านักเรียนที่ด้อยความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ (mathematical disabilities) ถ้าจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวนตั้งแต่เริ่มต้นเรียนคณิตศาสตร์จะสามารถลดความล้มเหลวในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังนั้นการสร้างความรู้สึกเชิงจำนวนให้นักเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจะช่วยนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์สามารถประสบความสำเร็จได้ (Gersten & Chard. 1999 : 1 - 4 citing Greiffin and others. 1994)

ในเมื่อความรู้สึกเชิงจำนวนมีคุณค่าและมีความสำคัญ จึงต้องมีการพัฒนาและบรรจุไว้ในหลักสูตร ดังการเสนอของนักการศึกษาหลายท่านในหนังสือ Everybody Counts (National Research Council. 1989. 46) ที่กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา นอกจากนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้ออกหนังสือมาตรฐาน หลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ในปี ค.ศ. 1989. เสนอว่าให้เน้นและให้ความสำคัญกับความรูสึกเชิงจำนวนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงระดับมัธยมศึกษา โดยเฉพาะในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 (ป. 4) ได้เสนอไว้เป็นมาตรฐานหลักอันหนึ่ง หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ออกหนังสือหลักการและมาตรฐานคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ยังคงให้ความสำคัญกับการพัฒนาความรูสึกเชิงจำนวน แมคอินทอช ไรส์และไรส์ (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 3) ให้ความเห็นว่าการเรียนควรให้ความสำคัญในการพัฒนาความรูสึกเชิงจำนวนของนักเรียน ในประเทศไทยในคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนาความรูสึกเชิงจำนวนของนักเรียน โดยกำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ป 1 -3 และ ป 4- 6 (กรมวิชาการ 2544: 8)

จากที่กล่าวมามีนักการศึกษาหลายท่านและหลายกลุ่มของนักคณิตศาสตร์ศึกษา มีความเห็นร่วมกันว่าความรูสึกเชิงจำนวนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการพัฒนา เพราะว่าเป็นสิ่งที่ส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่างๆ ดังเช่น ความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการประมาณค่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และนอกจากนี้ความรูสึกเชิงจำนวนยังมีความสำคัญกับเจตคติของนักเรียน กล่าวคือ ช่วยสร้างให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป ดังนั้นควรเป็นจุดประสงค์หลักข้อหนึ่งของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษา

#### ความหมายของความรูสึกเชิงจำนวน

ความรูสึกเชิงจำนวนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้นมีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของความรูสึกเชิงจำนวนไว้ดังนี้

ความรูสึกเชิงจำนวนเกิดขึ้นภายในของแต่ละบุคคลอย่างเป็นธรรมชาติ (Reys and others. 1995 : 1) แมคอินทอช ไรส์และไรส์ (McIntosh, Reys & Reys. 1992 : 2 – 8) กล่าวว่า ความรูสึกเชิงจำนวนหมายถึง ความเข้าใจในจำนวนและการดำเนินการของจำนวน ของแต่ละบุคคล ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการนำไปใช้ได้อย่างยืดหยุ่นสำหรับการตัดสินใจทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาทวิวิธีที่มีประโยชน์ในการใช้จำนวนและการดำเนินการของจำนวน ความรูสึกเชิงจำนวนมีบทบาทที่สำคัญเกี่ยวข้องกัน 3 อย่างคือ แนวคิดเกี่ยวกับจำนวน (number concepts) การดำเนินการของจำนวน (operations with numbers) และการนำจำนวนและการดำเนินการของจำนวนไปใช้ (application of numbers and operations) ซึ่ง สอดคล้องกับ ทอมป์สันและ รัทเมลล์ (Thompson & Rathmell. 1989 : 2 – 3) ให้ความหมายความรูสึกเชิงจำนวนหมายถึงความเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ต่างๆของจำนวน ความเข้าใจในขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน ความเข้าใจผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน และความเข้าใจในการอ้างอิงเชิงปริมาณและการวัดในชีวิตประจำวัน

กรีน (Greeno 1991 : 170 – 173) กล่าวว่า ความรูสึกเชิงจำนวนหมายถึงสิ่งสำคัญหลายๆด้านที่ประกอบด้วยความสามารถดังนี้ การคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (flexible mental computation) การประมาณเชิงตัวเลข (numerical estimation) การตัดสินใจเชิงปริมาณ (quantitative judgment)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้เผยแพร่หนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (NCTM. 1989 : 39 – 40) กล่าวว่าเด็กที่มีความรูสึกเชิงจำนวนที่ดี (good number sense) จะต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีความเข้าใจอย่างดีในความหมายของจำนวนต่างๆ
2. รับรู้ความสัมพันธ์อย่างหลากหลายของจำนวน

3. ตระหนักถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
4. รู้ผลเชิงสัมพัทธ์ต่างๆ ของการดำเนินการของจำนวน
5. ใช้ตัวอ้างอิงสำหรับวัตถุสิ่งต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้

ในการศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนกับนักเรียนในประเทศไต้หวัน รีส์และแยง (Reys & Yang, 1998 : 225-237) ได้กล่าวถึงลักษณะของการมีความรู้สึกเชิงจำนวน ไว้ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความหมายของจำนวนอย่างดี
2. มีความเข้าใจในการแยกและรวมจำนวน
3. มีความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์และขนาดของจำนวน
4. มีการใช้ตัวอ้างอิง
5. มีความเข้าใจถึงผลของการดำเนินการ
6. มีความยืดหยุ่นในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการบนจำนวนไปใช้ยังสถานการณ์ในชีวิตจริง

ชีวิตจริง

ความเห็นข้างต้นคล้ายคลึงกับของสมาคมนิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา แต่แยกแยะและเพิ่มเติมขึ้นเป็น 6 ข้อ ในขณะที่ ชาวเดอร์ (McChesney & Biddulph, 1994 : 7 - 10 citing Sowder, 1992 :18 - 20) ได้แยกแยะถึงลักษณะของการมีความรู้สึกเชิงจำนวนในความหมายถึงความสามารถเกี่ยวกับจำนวนในด้านต่างๆ ไว้ 9 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ เช่น เด็กสามารถคิดได้ว่า  $12 \times 15$  จะง่ายขึ้นถ้าเปลี่ยนเป็น  $6 \times 30$  หรือ  $12 \times 25$  สามารถเปลี่ยนเป็นเศษหนึ่งส่วนสี่ของ 12 คูณด้วย 100 เพราะว่า 25 คือ  $\frac{100}{4}$

2. ความสามารถในการตระหนักถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน การรู้ว่า  $\frac{1}{3}$  มากกว่า  $\frac{1}{4}$  หรือรู้ว่าผลต่างระหว่าง 3 และ 5 มีค่าเท่ากับผลต่างระหว่าง 123 และ 125 ถึงแม้ว่า 3 และ 5 จะมีค่าน้อยกว่า 123 และ 125 มาก

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวน เช่น สามารถบอกได้ว่าไม่มีใครสามารถ นำเหรียญเซนต์จำนวน 250 เหรียญ ใส่ในมือข้างเดียวได้หมด หรือต้องใช้จำนวนรถบรรทุกหลายคันในการบรรทุกกะหนึ่งล้านตัว

4. ความสามารถในการใช้ตัวอ้างอิง เช่น ใช้ 1 เป็นตัวอ้างอิงในการหาผลบวกระหว่าง  $\frac{7}{8}$  และ  $\frac{9}{10}$  ซึ่งควรจะมีค่าน้อยกว่าสองเล็กน้อย เพราะแต่ละตัวมีค่าน้อยกว่า 1

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงจำนวนกับการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย เช่น รู้ว่า  $365 \div 0.69$  จะมีผลลัพธ์มากกว่า 365 หรือผลต่างระหว่าง 6 ดอลลาร์ และ 2.85 ดอลลาร์ สามารถคิดได้จาก 6 ดอลลาร์ ออกจาก 6 ดอลลาร์ จะเหลือ 4 ดอลลาร์ แล้วเอา 85 เซนต์ ออกจาก 1 ดอลลาร์อีกครั้ง เหลือ 15 เซนต์ แล้วนำมาบวกกับ 3 ดอลลาร์ ผลลัพธ์เท่ากับ 3.15 ดอลลาร์ เป็นต้น.

6. ความสามารถที่จะเข้าใจถึงผลของการดำเนินการของจำนวนต่างๆ เช่น ถ้านักเรียนรู้ว่าผลต่างระหว่าง 289 และ 348 คือ 59 แล้วผลต่างระหว่าง 289 และ 358 คือ เพิ่ม อีก 10 เป็น 69 เป็นต้น

7. ความสามารถในการคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลต่างระหว่าง 28 และ 65 ด้วยการหาผลต่างระหว่าง 30 และ 67 แทน

8. ความสามารถในการใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่นสำหรับการประมาณค่า และรู้ว่าเมื่อไรควรจะใช้การประมาณค่า

9. ความสามารถในการแสดงความสมเหตุสมผลเกี่ยวกับจำนวน เช่น นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนมีความเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลและนักเรียนสามารถพัฒนาได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับจำนวน

### บรรณานุกรม

- นพพร แหยมแสง. (2544). การพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุวพร เข้มเฮง. (2539). "ผลสัมฤทธิ์วิชา วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย เพื่อเปรียบเทียบกับนานาชาติ," *วารสาร สสวท.* 24 (95): 24 – 31.
- อุษา คงทอง. (2539). ผลของสำนักทางด้านจำนวนและตัวแปรคัตสรรคที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพฯ : วิทยานิพนธ์ คด. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Burns, Marilyn. (1997, April). "How Boost My Students' Number Sense," *Instructor.* 49-54.
- Carpenter, Thomas P. and Others. (1999). *Children's Mathematics Cognitively Guided Instruction.* Reston : VA. NCTM, Inc.
- Charles, Randall I. (1999, May / June). "Calculators at The Elementary School Level 2 Yes, It Just Makes Sense!" *Mathematics Education Dialogues.* 11.
- Dessart, Donald J, DeRidder, Charleen M. and Ellington, Aimee J. (1999, May / June) "The Research Backs Calculators," *Mathematics Education Dialogues.* 6.
- Dougherty, Barbara J and Crites, Terry. (1989, February). "Applying Number Sense to Problem Solving". *Arithmetic Teacher.* 22-25.
- Fennell, Francis (Skip) and others (1993). *Number Sense Now!*. Reston , VA : NCTM, Inc.
- Gersten , Russell and Chard , David. (1999). Number Sence : Rethinking Arithmetic Instruction for Student with Mathematical Disabilities. *The Journal of Special Education.* Pro – Ed , Inc.
- Greeno, James G. (1991). "Number Sense as Situated Knowing in a Conceptual Domain," *Journal for Research in Mathematics Educations.* 27(3) : 170-218.
- Greencs, C. Schulman, L and Spungin, R. (1993, January) "Developing Sense about Numbers," *Arithmetic Teacher.* 279-284. .
- Hope, Jack (1989, February). "Promoting Number Sense in School," *Arithmetic Teacher.* 12-16.
- Howden, Hilde. (1989, February) "Teaching Number Sense". *Arithmetic Teacher* : 6-11.
- Hosford , P. L and Scott , M. M . (1986 , April). "The Impact of A Number sense Program on Mental Arithmetic Processing Strategies and Attitudes of Junior High *Mathematics Students.*" *Paper Presented at the 13<sup>th</sup> Annual Conference of the Research. Council for Diagnostic and Prescriptive Mathematics* : University Park.
- Jones, Graham A. and others. (1996). "Multidigit Number Sense : A Framework for Instruction and Assessment," *Journal for Research in Mathematics Education.* (27) 3 : 310-336.
- Joram, Elana ; Resnick, Lauren B. and Gabriele, Anthony J.(1995). "Numeracy as Cultural Practice : An Examination of Numbers in Magazines for Children, Teenagers, and Adults," *Journal for Research in Mathematics Education.* 26(4) : 346-361.

- astner, Bernice (1989, February). "Number Sense : The Role of Measurement Application," *Arithmetic Teacher*. 40-46.
- Kamil , C and Dominick , A. (1997). "To teach or not to teach algorithm," *Journal of Mathematical Behavior*. 16 (1) : 51 – 61.
- Kennedy , Leonard M. and Tipps , Steve. (1944). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Seventh Edition. Wadsworth , Inc . 101.
- Lobato, Joanne E. (1993, February). "Making Connections with Estimation," *Arithmetic Teacher*. 347-351.
- Lynchard , Becky B. (1989). *The Relationship of Computation Estimation Ability and Selected Variables of Sixth Grade Students*. Dissertation Abstracts International .686 -A
- Markovits, Zvia and Sowder, Judith. (1994). "Developing Number Sense : An Intervention Study in Grade 7," *Journal for Research in Mathematics Education*. 25(1) : 4-29.
- Markovits, Z ; Hershkowitz, R and Bruckheimer, M. (1988 ; February). "Number Sense and Nonsense," *Arithmetic Teacher*. 36(6) : 53-55 .
- McChesney, Jane and Biddulph, Fred. (1994). "Number Sense," *Mathematics Education : A Handbook for Teachers* Volume 1. 7-17.
- McIntosh, A; Reys, B. J. and Reys, R E. (1992, November) "A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense," *For the Learning of Mathematics*. 12(3) : 2-8.
- McIntosh, A; Reys, B. J. and Reys, R. E. (1997) "Mental Computation In The Middle Grades : The Importance of Thinking Strategies," *Mathematics Teaching in the Middle School*. 2(5) : 322-327.
- McIntosh, Alistair. (No date) "*The Changing Rote Mental Arithmetic : 1-7* "
- McIntosh, Alistair. (1998). "Teaching Mental Algorithms Constructively." *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics*. Reston, VA : NCTM, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards For School Mathematics*. Reston, VA : NCTM.Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards, for School Mathematics*. Reston, VA : NCTM, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA : NCTM, Inc.
- National Research Council. (1989). *Everybody Counts*. Washington DC : National academy Press.
- Payne , J. N. and Huinker , D.M. (1993). "Early Number and Numeration ." in *Research for the Classroom: Early Childhood Mathematics*. Edited by Robert,J.J. New York :Macamillan. 43 – 71 .
- Perry, Betty k. (2000, December) "Patterns for Giving Change and Using Mental Mathematics," *Teaching Children Mathematics*. 196-199.
- Reehm , Sue P. (1994) . *A Comparison of estimation processes used on numeric and contextual problems*. Dissertation Abstracts International , Vol. 54 NO. 7 : 2499 - A
- Reys, Barbara J and Reys, Robert E. (1990 ; March). "Estimation Direction from the Standards," *Arithmetic Teacher*. 22-25.

- Reys, Barbara J. and others. (1991). *Developing Number Sense In The Middle Grades*. Reston, VA : NCTM.Inc.
- Reys , B. J ; Reys, R. E and Hope, J. (1993). "Mental Computation : A snapshot of second, fifth and seventh grade students performance," *School Science And Mathematics*. (93) : 306-315.
- Reys, Barbara J. and Reys, Robers E. (1987, February). "Calculators In The Classroom : How Can We Make It,Happen?," *Arithmetic Teacher*. 12-14.
- Reys, Robert E. (1999). " Basic Skills Should Include Mental Computation." *Mathematics Education Dialogues*.
- Reys, Robert E. (1998, October). "Computation versus Number Sense," *Mathematics Teaching in the Middle School*" 4(2) : 110-112.
- Reys, Robert E. and Others. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. Fifth Edition. Needham Heights : MA. USA.
- Reys, Barbara J. (1986). "*Identification and Characterization of Mental Computation Algorithms Used by Seventh Grade Students on Visually and Orally Presented Mental Computation Exercise,*" Dissertation Abstracts International. 3279-A.
- Reys, Robert E. and Bestgen, Barbara J. (1981, November) "Teaching and Assessing Computational Estimation Skills," *The Elementary School Journal*. 82 : 117-127.
- Reys, Barbara J. (1984 ; May). "Mental Computation and Estimation : Past, Present and Future," *The Elementary School Journal*. 84 : 547-557.
- Reys, Robert E. and Yang, Der-Ching. (1998, March). "Relationship between Computational Performance and Number Sense Among Sixth and Eighth-Grade Students in Taiwan," *Journal for Research in Mathematics Education*. (29) : 225-237.
- Reys, Robert E. and others. (1991) "Computational Estimation Performance and Strategies Used by Fifth and Eighth-Grade Japanese Students," *Journal for Research in Mathematics Education*. 22(1) : 39-56.
- Reys, Robert E. and others. (1995). "Mental Computation Performance and Strategy Use of Japanese Students in Grades 2, 4, 6 and 8" *Journal for Research in Mathematics Education*.. 26(4) : 304-326.
- Reys , Robert E and others. (1982 ; May). " Processes Used by Good Computational Estimators," *Journal for Research in Mathematics Education*. (13) : 183 – 201
- Reys , Barbara J. (1986 ; September). " Estimation and Mental Computation It's About Time ". *Arithmetic Teacher*. (34) : 22 – 23
- Reys, Barebara J. and others. (1995). *Activities of the Number Sense*.(online.).Available <http://www.Coc.missouri.edu/~barb/number.htm>
- Romau, Ronan, Robert N. (1988, September). "Number Sense." *Mathematics Teacher*. 437 – 440
- Rowan, T. E ; Payne, J. N and Towsley, A. E. (1990, April). "Implication of NCTM' s Standards for Teaching Fraction and Decimal, " *Arithmetic Teacher*. 23-26.
- Rowan, T. E ; Reys, B.J and Reys, R. E. (1990, March). "Estimation-Direction from The Standards," *Arithmetic Teacher*. 22-25



- Scott, Margaret Sue Mosier. (1987). *The Impact of Number Sense Program on Mathematics Achievements Test. Scores and Attitudes toward Mathematics of Eight Grade Students*. Dissertation Abstracts International. 1409-1410-A
- Sowder, Judith and Sowder Larry. (1989, January) "Developing Understanding of Computational Estimation," *Arithmetic Teacher*. 25-27.
- Sowder, Judith and Schappelle, Bonnie. (1994, February). "Number Sense-Making," *Arithmetic Teacher*. 342-345.
- Sowder, Judith T. (1992). "Estimation and Number Sense." *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA. NCTM, Inc. 371-389.
- Sowder, Judith T. and Kellin, Judith (1993). "Number Sense and Related Topics." in *Research Ideas for The Classroom: Middle Grades Mathematics*. Edited by Owens, D.T. New York: Macmillan. 41-57
- Sowder, J. (1992). "Teaching Computation in ways that Promote Number Sense." in *Challenging Children of Think when They Compute*. Edited by Irons, C.J. Brisbane: Queensland University of Technology.
- Sowder, Judith T. (1988). "Mental Computation and Number Computation: Their Roles in The Development of Number Sense and Computational Estimation." *Number Concepts and Operation in The Middle Grades*. Reston, VA: NCTM, Inc. 182-197.
- Sowder, Judith T. (1990, March). "Mental Computation and Number Sense," *Arithmetic Teacher*. 18-20.
- Sowder, Judith T and Wheeler, Margariete M. (1989; March). "The Development of Concepts and Strategies Used in Computational Estimation," *Journal for Research in Mathematics Education*. (20): 130-146.
- Speer, William R and Brahier, Daniel J. (1996, February). "Count on Mathematics for Number Sense." *Teaching Children Mathematics*. 351-353, 356.
- Susie, Groves. (1994, April). "Calculators: A Learning Environment to Promote Number Sense." in *Paper Presented at The Annual Meeting of The American Research Association*. New Orleans.
- The Center for Education and Equity in Mathematics, Science, and Technology. "Number Sense." (online). Available. <http://www.ceemadl@csupomona.edu>.
- Thompson, Charles S. (1989; September). "Number Sense and Numeration in Grades K-8," *Arithmetic Teacher*. 22-24.
- Thompson, Gary W. (1991; November). *The Effect of Systematic Instruction in Mental Computation Upon Fourth Grade Students Ability*. Dissertation Abstracts International. (52): 1675 - A.
- Thompson, Charles S. and Rathmell, Edward C. (1989; February). "By Way of Introduction," *Arithmetic Teacher*. 36: 2 - 3
- Thornton, Carol A and Tucker, Sally C. (1989, February). "Lesson Planning: The Key to Developing Number Sense," *Arithmetic Teacher*. 18-21
- TIMSS (2000, December). *International Mathematics Report*
- Trafton, Paul R. (1986). "Teaching Computation Estimation: Establishing an Estimation Mind Set," *Estimation and Mental Computation*. NCTM, Inc. 16-30.

- Van de Walle, John A and Watkins, Karen B. (1993). " Early Development of Number Sense." in *Research Ideas for The Classroom: Early Childhood Mathematics*. Edited by Robert, J.J. NY : Macmillan Publishing Company. 127-150
- Wagner, Sigrid. (1993). " Number Sense and Related Topics." in *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. Edited by Owens ,D.T. Reston, VA : NCTM , Inc 41-55..
- Wearne, D ; Hiebert, J. (1988). *Number Concepts and Operation in the Middle Grades*. Reston. VA : 222-223.
- Weber, William, B. (1999). "Connecting Concepts of Numbers to Mental Computation. Procedures : An Examination of Middle Grade Students' Achievement and Thinking," *Focus on Learning Problems in Mathematics* 21(4)
- Whitin, David J. and Whitin, Phyllis E (1998). "The Write :Way to Mathematical Understanding." *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics*. Reston, VA : NCTM, Inc.
- Whitin, David J.(1989, February). "Number Sense and the Importance of Asking "Why !," *Arithmetic Teacher*. 26-29.
- Wickett, Maryann S. (1997 ; May). "Serving Up Number Sense and Problem Solving : Dinner at The Panda Palace," *Teaching Children Mathematics*. 476-480.
- Wyatt , James W. (1986). *A Case- Study Survey of Computation Estimation Processes and Notions of Reason ableness Among Ninth Grade Students*. Dissertation Abstracts International . 146 (11) : 3280 – A .
- Zaslavsky, Glandia. (2001 , February). "Developing Number Sense : What Can Other Cultures Tell Us ?," *Teaching Children Mathematics*. 312-319.