บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

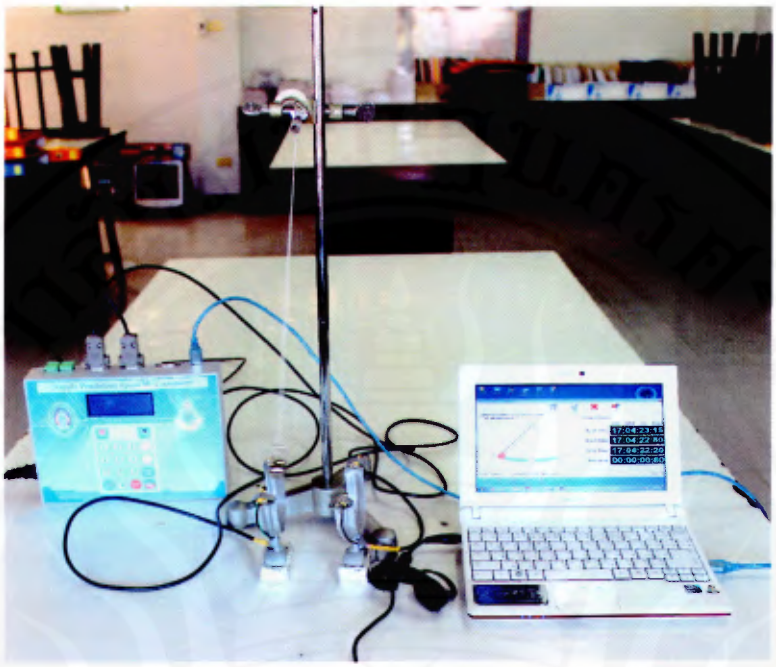
การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อสร้างชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายโดยเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงคาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายด้วยโปรแกรม Scilab 5.3.2 และเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์และการจำลองเชิงตัวเลข ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแยกเสนอดังนี้

1. การสร้างชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายโดยเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์
2. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงคาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายด้วย Scilab 5.3.2
3. การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของคาบที่ได้จากการทดลองกับคาบจากการจำลองเชิงตัวเลข

การสร้างชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายโดยเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์

การสร้างชุดทดลองการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายโดยเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ ใช้ในการทดลองหาคาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างคาบกับความยาวเชือก คาบกับมุมเริ่มต้น และคาบกับมวลของลูกตุ้ม ได้ผลการทดลองดังแสดงตามลำดับต่อไปนี้

1. ชุดทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย ออกแบบและประกอบตามลักษณะดังภาพ



ภาพที่ 20 ชุดทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย

ชุดทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายที่สร้างขึ้น สามารถวัดคาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่ายได้ละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่สอง และแสดงผลที่วัดได้ทางจอคอมพิวเตอร์ มีความสะดวกในการใช้งานกว่าชุดการทดลองแบบเดิมที่ใช้ในห้องเรียนซึ่งทดลองโดยการจับเวลาการแกว่งของลูกตุ้มจำนวน 30 รอบ แล้วนำเวลาที่ได้จากการจับเวลามาหาคาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่ายด้วยการเฉลี่ยกับจำนวนรอบ

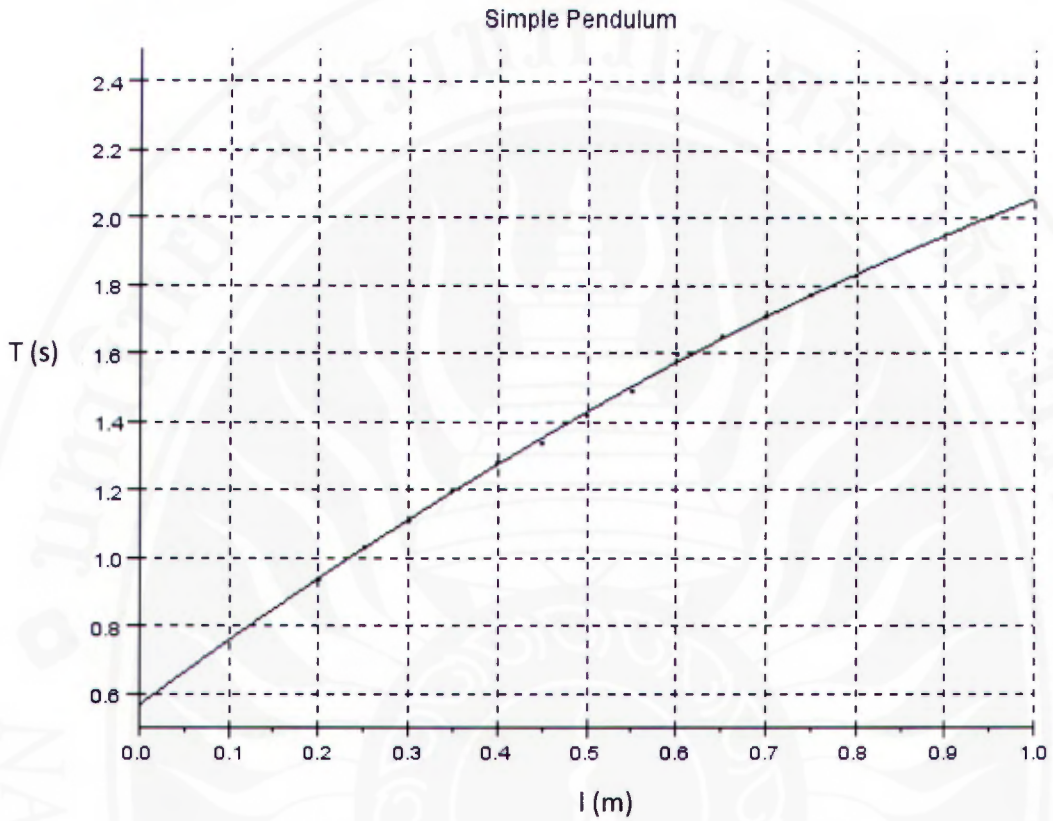
2. ผลการทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย

2.1 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างคาบของการเคลื่อนที่ (T) กับความยาวของเชือก (l) โดยให้ l เท่ากับ 0.20 m ปรับเชือกให้เอียงทำมุม 5° กับแนวดิ่งแล้วปล่อยลูกตุ้มให้เคลื่อนที่ผ่าน sensor เปลี่ยนค่า l เป็น 0.25, 0.30, 0.35, ..., 0.80 m โดยเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.05 m

ตารางที่ 1 คาบการเคลื่อนที่ (T) ของลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม m = 69 g มุมเริ่มต้น (θ) = 5°

l(m)	T(s)					T เฉลี่ย	T^2
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5		
0.20	0.94	0.89	0.98	0.93	0.94	0.94	0.8836
0.25	1.03	1.02	1.03	1.03	1.03	1.03	1.0609
0.30	1.11	1.11	1.11	1.12	1.11	1.11	1.2321
0.35	1.21	1.20	1.20	1.20	1.20	1.20	1.4400
0.40	1.28	1.28	1.29	1.28	1.28	1.28	1.6384
0.45	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.7956
0.50	1.42	1.43	1.42	1.43	1.42	1.42	2.0164
0.55	1.49	1.48	1.49	1.49	1.48	1.49	2.2201
0.60	1.60	1.60	1.60	1.60	1.60	1.60	2.5600
0.65	1.65	1.66	1.65	1.65	1.66	1.65	2.7225
0.70	1.71	1.71	1.71	1.72	1.71	1.71	2.9241
0.75	1.76	1.77	1.77	1.77	1.77	1.77	3.1329
0.80	1.83	1.83	1.82	1.83	1.83	1.83	3.3489

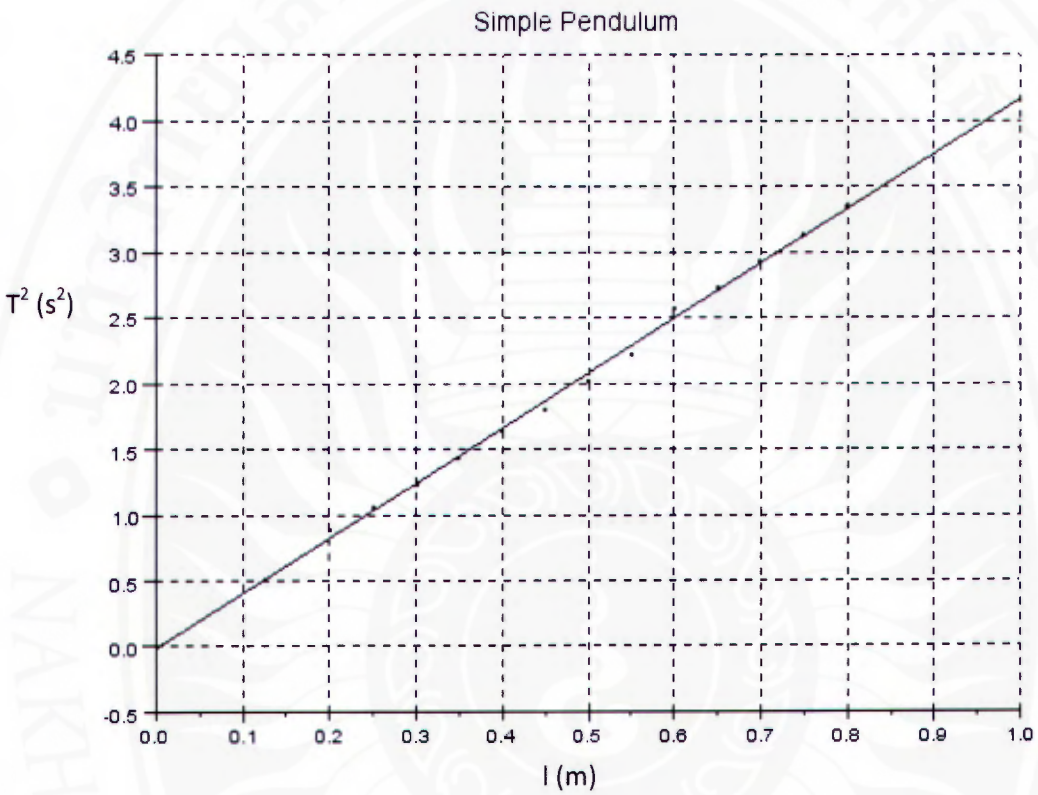
จากตาราง นำผลการทดลองที่ได้แสดงเป็นกราฟด้วยโปรแกรม Scilab 5.3.2 ได้ผลดังแสดงในภาพที่ 21



ภาพที่ 21 คาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อ m = 69 g $\theta = 5^{\circ}$ และ l เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.05 m

จากการทดลองพบว่า ผลที่ได้จากการทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายเมื่อ m = 69 g $\theta = 5^{\circ}$ และ l เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.05 m คาบการเคลื่อนที่ (T) จะเพิ่มขึ้นตามค่า l ที่เพิ่มขึ้น กราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นโค้ง

จากตารางที่ 1 นำค่า T^2 ที่ได้มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า T^2 และ l ด้วยโปรแกรม Scilab 5.3.2 ได้ผลดังแสดงในภาพที่ 22



ภาพที่ 22 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ l

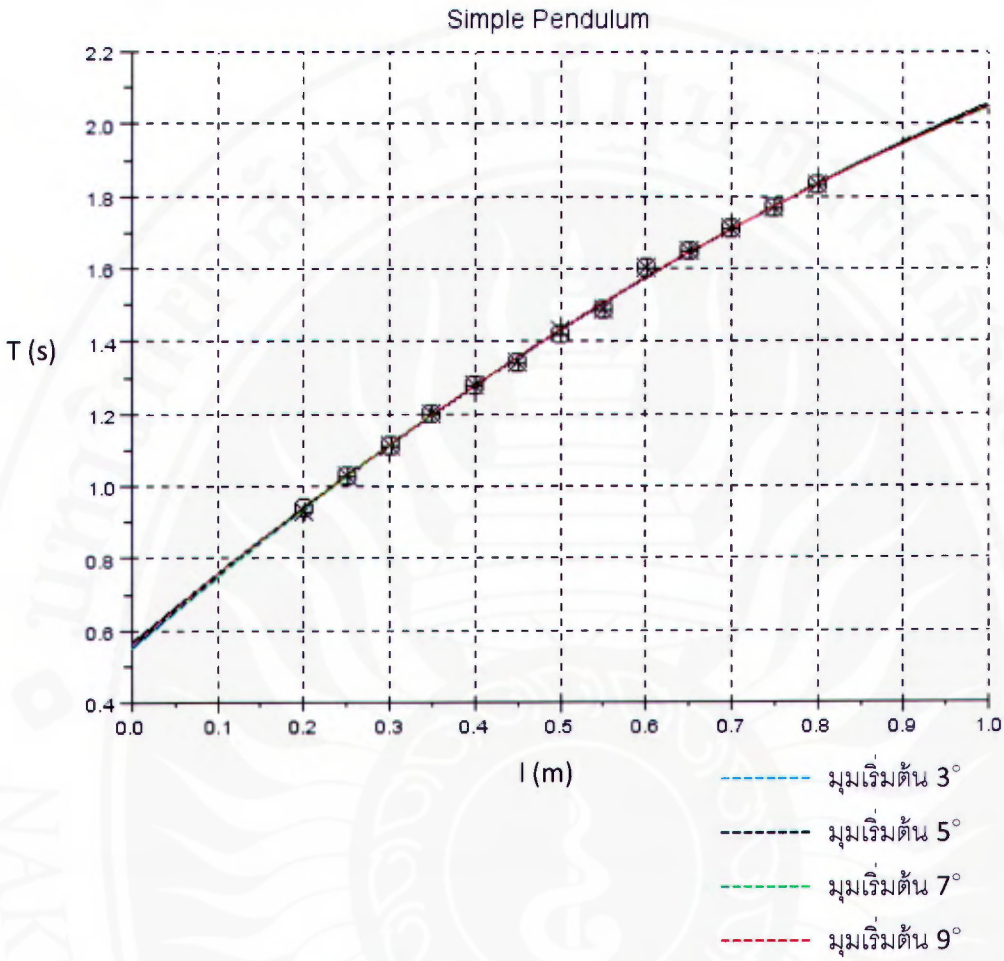
กราฟที่ได้จากการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ l มีลักษณะเป็นเส้นตรง คำนวณความชันจากกราฟ (m) ด้วยสมการ $m = \frac{4\pi^2}{g}$ เพื่อหาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g) จากกราฟ โดยโปรแกรม Scilab 5.3.2 ได้ค่าความชันเท่ากับ 4.158 และค่า g เท่ากับ 9.495

2.2 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างคาบกับมุมเริ่มต้น

ตารางที่ 2 คาบการเคลื่อนที่ (T) ของลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม m = 69 g และมุมเริ่มต้น (θ) = 3° 5° 7° 9°

l(m)	T(s)			
	3°	5°	7°	9°
0.20	0.93	0.94	0.93	0.94
0.25	1.03	1.03	1.03	1.03
0.30	1.11	1.11	1.11	1.11
0.35	1.20	1.20	1.20	1.21
0.40	1.28	1.28	1.28	1.28
0.45	1.34	1.34	1.34	1.34
0.50	1.42	1.42	1.43	1.43
0.55	1.49	1.49	1.49	1.49
0.60	1.60	1.60	1.60	1.60
0.65	1.65	1.65	1.65	1.65
0.70	1.71	1.71	1.71	1.71
0.75	1.77	1.77	1.77	1.77
0.80	1.83	1.83	1.83	1.83

นำผลที่ได้จากตารางที่ 2 มาเปรียบเทียบความแตกต่างของคาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อมีมุมเริ่มต้นต่างกัน (มุมมีค่าน้อย ๆ) ด้วยกราฟ ดังภาพที่ 23



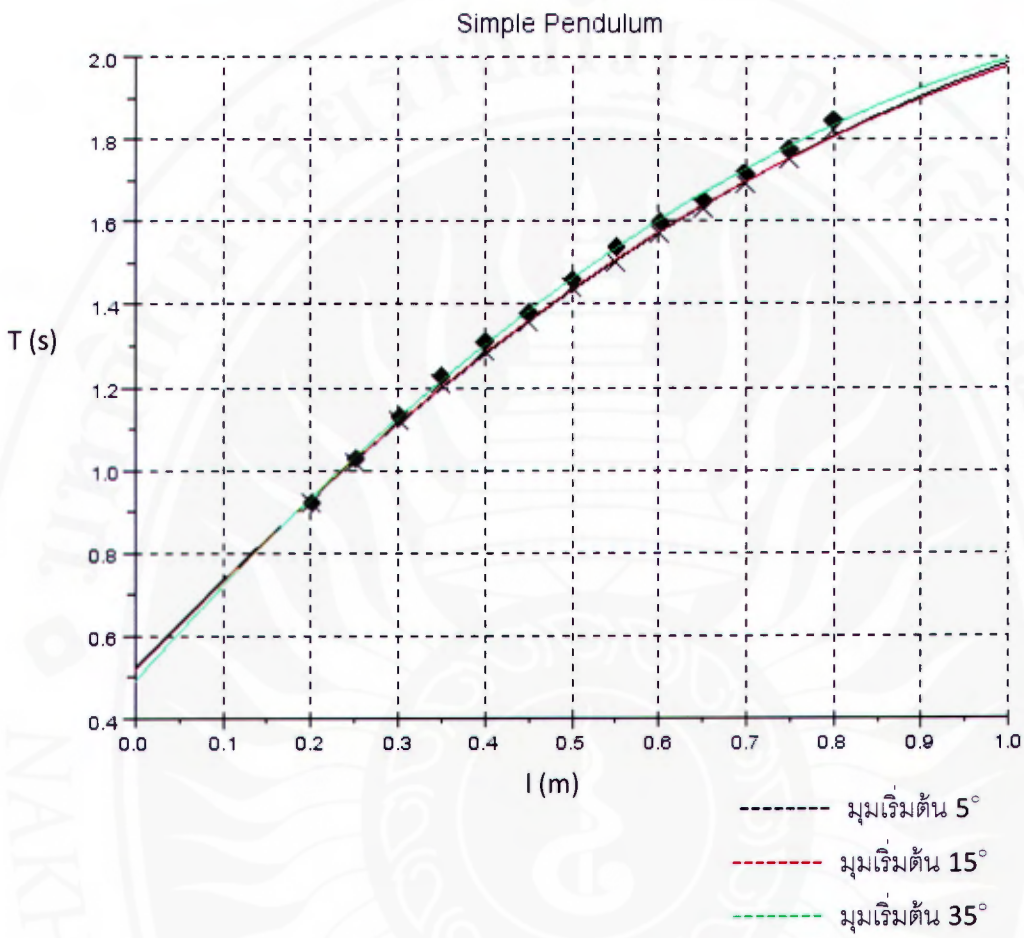
ภาพที่ 23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบคาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม $m = 69\ g$ และ $\theta = 3^\circ\ 5^\circ\ 7^\circ\ 9^\circ$

จากกราฟพบว่า คาบที่วัดได้จากการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม $m = 69\ g$ และ $\theta = 3^\circ\ 5^\circ\ 7^\circ\ 9^\circ$ มีค่าใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 3 คาบการเคลื่อนที่ (T) ของลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มไม้ทรงกลม m = 4.10 g และมุมเริ่มต้น (θ) = 5° 15° 35°

l(m)	T(s)		
	5°	15°	35°
0.20	0.92	0.92	0.92
0.25	1.02	1.02	1.03
0.30	1.12	1.12	1.13
0.35	1.21	1.21	1.23
0.40	1.28	1.29	1.31
0.45	1.36	1.36	1.38
0.50	1.43	1.44	1.46
0.55	1.50	1.50	1.54
0.60	1.57	1.57	1.60
0.65	1.63	1.63	1.65
0.70	1.69	1.69	1.72
0.75	1.75	1.75	1.78
0.80	1.82	1.82	1.85

นำผลที่ได้จากตารางที่ 3 มาเปรียบเทียบความแตกต่างของคาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อมีมุมเริ่มต้นต่างกัน (มุมมีค่ามาก) ด้วยกราฟ ดังภาพที่ 24



ภาพที่ 24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบคาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มไม้ทรงกลม $m = 4.10\ g$ และ $\theta = 5^\circ\ 15^\circ\ 35^\circ$

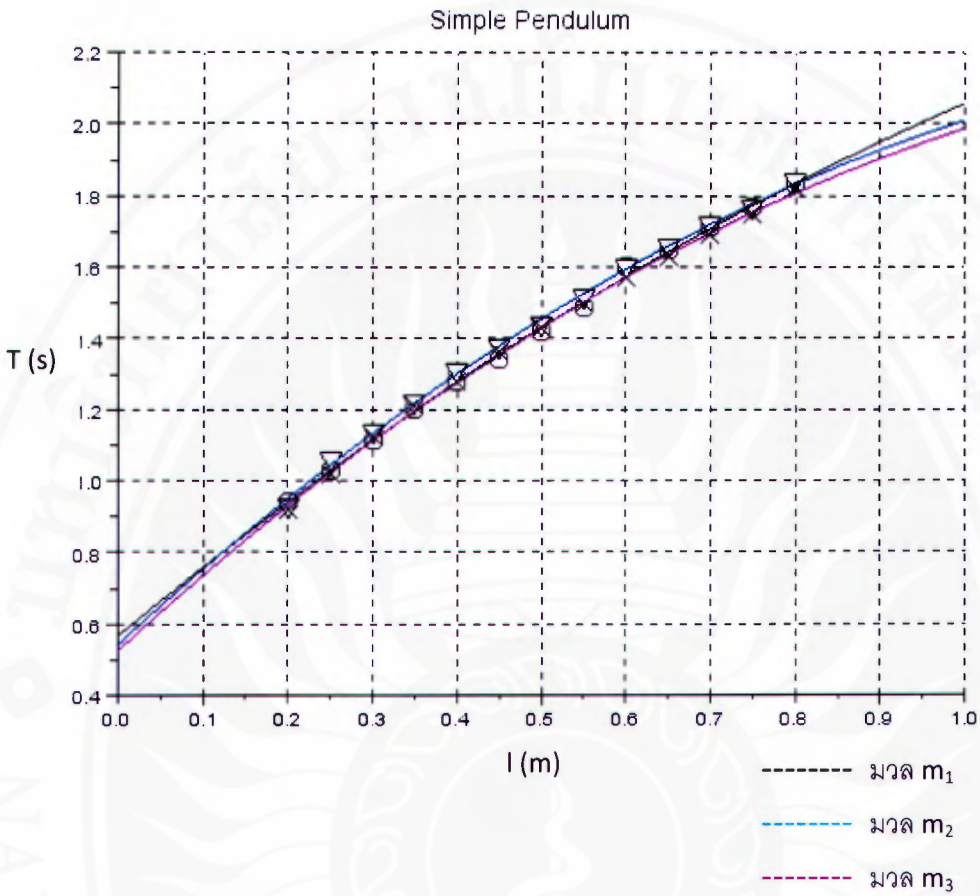
จากกราฟพบว่า คาบที่วัดได้จากการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มไม้ ทรงกลม $m = 4.10\ g$ และ $\theta = 5^\circ\ 15^\circ\ 35^\circ$ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อย

2.3 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างคาบกับมวลของลูกตุ้ม

ตารางที่ 4 คาบการเคลื่อนที่ (T) ของลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม m_1 = 69 g ลูกตุ้มเหล็กทรงกระบอก m_2 = 32.10 g และลูกตุ้มไม้ทรงกลม m_3 = 4.10 g มุมเริ่มต้น (θ) = 5°

l(m)	T(s)		
	m_1	m_2	m_3
0.20	0.94	0.93	0.92
0.25	1.03	1.06	1.02
0.30	1.11	1.14	1.12
0.35	1.20	1.22	1.21
0.40	1.28	1.31	1.28
0.45	1.34	1.38	1.36
0.50	1.42	1.44	1.43
0.55	1.49	1.52	1.50
0.60	1.60	1.60	1.57
0.65	1.65	1.66	1.63
0.70	1.71	1.72	1.69
0.75	1.77	1.77	1.75
0.80	1.83	1.84	1.82

นำผลที่ได้จากตารางที่ 4 มาเปรียบเทียบความแตกต่างของคาบของการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อมีมวลต่างกันด้วยกราฟ ดังภาพที่ 25

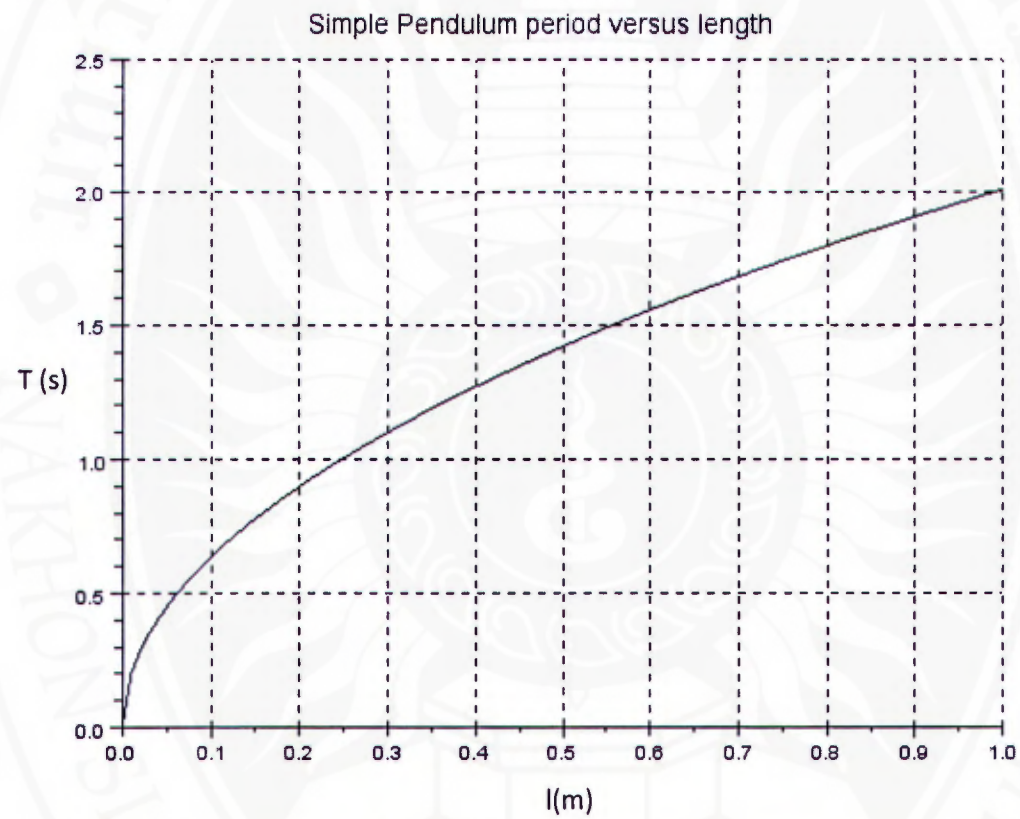


ภาพที่ 25 กราฟแสดงการเปรียบเทียบคาบของการเคลื่อนที่ เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม m_1 = 69 g ลูกตุ้มเหล็กทรงกระบอก m_2 = 32.10 g และลูกตุ้มไม้ทรงกลม m_3 = 4.10 g มุมเริ่มต้น (θ) = 5°

จากกราฟพบว่า คาบการเคลื่อนที่ที่วัดได้จากการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่าย เมื่อใช้ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม m_1 = 69 g ลูกตุ้มเหล็กทรงกระบอก m_2 = 32.10 g และลูกตุ้มไม้ทรงกลม m_3 = 4.10 g มุมเริ่มต้น (θ) = 5° มีค่าใกล้เคียงกัน

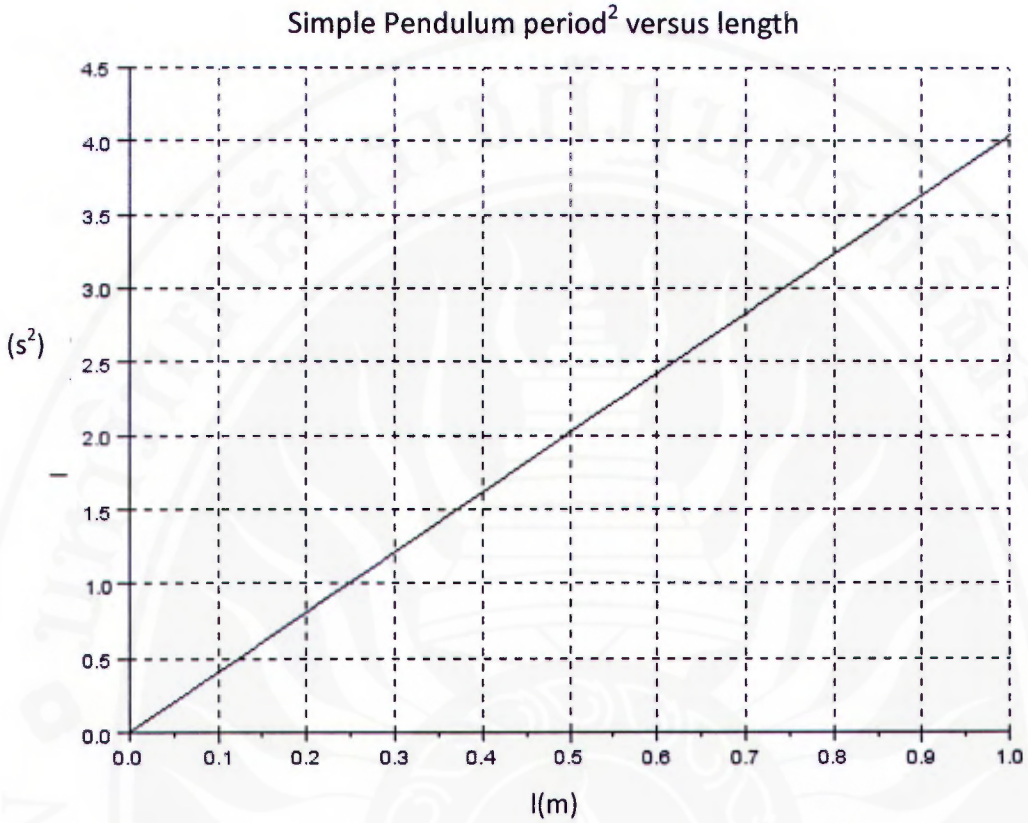
การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์คาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายด้วย Scilab 5.3.2

สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์คาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายด้วยโปรแกรม Scilab 5.3.2 จากสมการ โดยใช้ค่า g ละติจูดเท่ากับ 9.781 m/s^2 เมื่อมุม θ มีค่าน้อยๆ จากสมการ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (Simpson, 2010) ด้วยคำสั่งในโปรแกรม Scilab 5.3.2 ได้ผลดังภาพที่ 26 และภาพที่ 27



ภาพที่ 26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T กับ l จากการจำลองแบบด้วยโปรแกรม Scilab

จากกราฟ พบว่าคาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่าย (T) จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความยาวเชือก (l) เพิ่มขึ้น กราฟที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นโค้ง

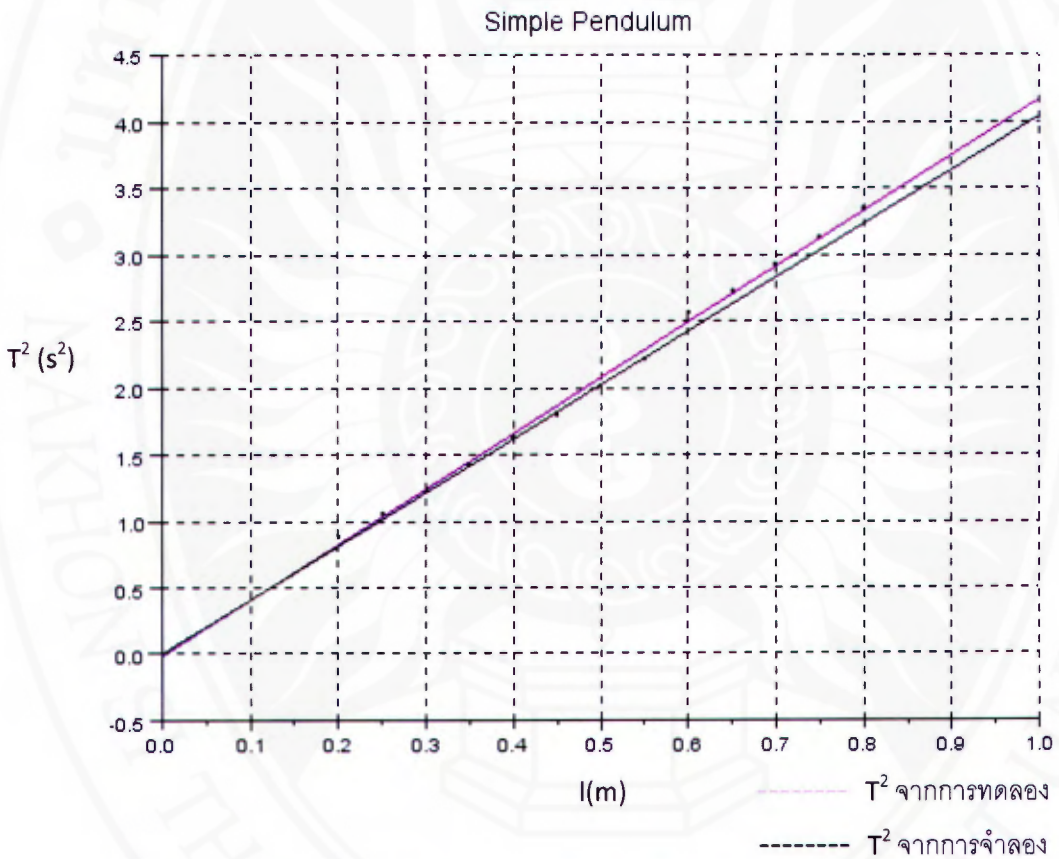


ภาพที่ 27 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ l จากการจำลองทางคณิตศาสตร์

จากกราฟ พบว่าเมื่อนำค่ากำลังสองของคาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่าย (T^2) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์กับความยาวเชือก (l) โดยใช้ค่า g ละติจูดเท่ากับ 9.781 m/s^2 กราฟที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นตรง ความชันของกราฟเท่ากับ 4.039

การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของคาบที่ได้จากการทดลองวัดคาบจากทดลองเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายกับคาบจากการจำลองทางคณิตศาสตร์

เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองวัดคาบการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มอย่างง่ายและการจำลองทางคณิตศาสตร์แล้วแสดงเป็นกราฟด้วยโปรแกรม Scilab 5.3.2 โดยมุมเริ่มต้นของการแกว่งของลูกตุ้มคงที่เท่ากับ 5° ความยาวเชือกเท่ากับ 0.20 – 0.80 m และเพิ่มขึ้นครั้งละ 0.05 m เปรียบเทียบค่าความสัมพันธ์ของกำลังสองของคาบ (T^2) กับความยาวเชือก (l) ที่ได้จากการทดลองและการจำลอง ได้ผลดังภาพที่ 28



ภาพที่ 28 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ l เปรียบเทียบผลจากการทดลองวัดคาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่ายและการจำลอง

จากกราฟเมื่อนำค่าความชันของกราฟที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับค่าความชันของกราฟที่ได้จากการจำลองมาหาร้อยละของความแตกต่าง ด้วยสมการ

$$\%\text{diff} = \left|\frac{\text{theoretical} - \text{measured}}{\text{theoretical}}\right| \times 100\%$$

$$\%\text{diff} = \left|\frac{4.039 - 4.158}{4.039}\right| \times 100\%$$

$$\%\text{diff} = 2.95$$

พบว่า ความแตกต่างของผลการทดลองเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการจำลองมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.95 %

เมื่อนำค่า g จากผลการทดลองที่หาได้จากสมการ $m = \frac{4\pi^2}{g}$ เมื่อ m คือความชันของกราฟ ได้ค่า $g = 9.495$ เปรียบเทียบกับค่า g ละติจูด ซึ่งมีค่าเท่ากับ 9.781 มาหาร้อยละของความแตกต่าง ด้วยสมการ

$$\%\text{diff} = \left|\frac{\text{theoretical} - \text{measured}}{\text{theoretical}}\right| \times 100\%$$

$$\%\text{diff} = \left|\frac{9.781 - 9.495}{9.781}\right| \times 100\%$$

$$\%\text{diff} = 2.92$$

พบว่า ความแตกต่างของค่า g จากผลการทดลองเปรียบเทียบกับค่า g ละติจูดมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.92 %